

Catalogo per l'esame di maturità statale
per l'anno scolastico 2010/2011

MATEMATICA



Commissione tecnica per l'elaborazione del materiale d'esame di Matematica:

prof. dr. sc. Željka Milin Šipuš, coordinatrice, Facoltà Scientifico-Matematica dell'Università di Zagabria (Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu);

Jelena Gusić, prof., 15° Liceo, Zagabria (XV. gimnazija, Zagreb);

Jagoda Krajina, prof., Scuola Tecnica Ruđer Bošković, Zagabria (Tehnička škola Ruđera Boškovića, Zagreb);

Dragica Martinović, prof., pubblico Liceo Generale femminile dell'Istituto Sorelle della Misericordia, Zagabria (Ženska opća gimnazija Družbe sestara milosrdnica s pravom javnosti, Zagreb);

Josipa Pavlić, prof., Scuola Media Sesvete, Sesvete (Srednja škola Sesvete, Sesvete);

prof. dr. sc. Zvonimir Šikić, Facoltà di Ingegneria Meccanica ed Architettura Navale dell'Università di Zagabria (Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu).

Indice

1. Argomenti d'esame	6
2. Finalità didattiche	7
2.1. Finalità didattiche per il livello elementare d'esame.....	7
2.2. Finalità didattiche per il livello superiore d'esame.....	10
3. Struttura dell'esame	16
3.1. Struttura dell'esame di matematica per il livello elementare	16
3.2. Struttura dell'esame di matematica per il livello superiore	16
4. Modalità dell'esame	17
4.1. Durata dell'esame	17
4.2. Aspetto dell'esame e modalità di svolgimento.....	17
4.3. Occorrente.....	18
5. Modalità di valutazione	18
5.1. Valutazione della prima parte dell'esame	18
5.2. Valutazione della seconda parte dell'esame	18
5.3. Valutazione della terza parte dell'esame	18
6. Esercizi d'esempio con chiarimenti dettagliati	19
6.1. Esempio di esercizio a risposta multipla per il livello elementare.....	19
6.2. Esempio di esercizio con risposta immediata per il livello elementare.....	19
6.3. Esempio di esercizio a risposta multipla per il livello superiore.....	19
6.4. Esempio di esercizio con risposta immediata per il livello superiore	20
6.5. Esempio di esercizio con svolgimento completo per il livello superiore.....	20
7. Preparazione all'esame	24
7.1. Consigli all'insegnante	24
7.2. Consigli ai candidati.....	24



Introduzione

La Matematica è una delle materie d'obbligo della maturità statale.

I candidati possono scegliere se sostenere l'esame di Matematica a un livello superiore o a un livello elementare.

Questo catalogo è un documento fondamentale per l'esame di maturità statale di Matematica; in esso sono descritti in modo dettagliato cosa sarà richiesto e con quali modalità si svolgerà tale esame, sia di livello elementare che di livello superiore, per l'a.s. 2009/2010.

Il catalogo d'esame contiene tutte le necessarie informazioni e le dettagliate spiegazioni riguardo alla forma ed al contenuto dell'esame. In esso si stabilisce chiaramente cosa deve sapere il candidato per l'esame di livello sia superiore che elementare.

Il livello superiore d'esame di Matematica è conforme al piano e programma del liceo¹ quindi, i candidati che hanno seguito Matematica secondo altri programmi di insegnamento, se desiderano sostenere l'esame di questo livello, devono ampliare la conoscenza con i contenuti non svolti.

Il livello elementare d'esame corrisponde al piano e programma quadriennale della scuola media con il minimo numero di ore settimanali².

Le differenze di contenuti per i livelli si possono consultare nelle tabelle delle finalità didattiche.

¹ Bollettino del Ministero della Cultura e dell'Istruzione, edizione numero 1, Školske novine, Zagabria, 1994.

OSSERVAZIONE: Questo programma si realizza nella maggior parte delle scuole professionali quadriennali ove la matematica sia svolta per almeno tre ore settimanali.

² Bollettino del Ministero dell'Istruzione e dello Sport, edizione straordinaria, numero 11, Zagabria, giugno 1997.

Per ogni livello nel catalogo d'esame sono considerati i seguenti capitoli:

1. Argomenti d'esame
2. Finalità didattiche
3. Struttura dell'esame
4. Modalità dell'esame
5. Descrizione dei punteggi
6. Esercizi d'esempio con chiarimenti dettagliati
7. Preparazione all'esame.

Leggendo il primo e il secondo capitolo si potrà trovare risposta alla domanda *"Che cosa si esamina?"*.

Nel primo capitolo sono elencati gli argomenti d'esame, ovvero i concetti principali e le competenze che, per la Matematica, saranno esaminati in questa prova.

Nel secondo capitolo, descrivendo concretamente ciò che il candidato deve sapere, comprendere ed eseguire, si chiarisce invece in che modo saranno valutati il sapere e le competenze.

Nel terzo, quarto e quinto capitolo si trova risposta alla domanda *"Come si esamina?"*; in essi è chiarita la struttura e la forma dell'esame, le tipologie di esercizi ed infine i metodi di risoluzione e valutazione dei singoli esercizi e degli argomenti d'esame.

Nel sesto capitolo sono forniti gli esempi di tutti i tipi di esercizi con dettagliate spiegazioni.

Segue il capitolo in cui è data risposta alla domanda *"Come ci si prepara all'esame?"*. In questo capitolo si forniscono suggerimenti per aiutare il candidato nella preparazione all'esame.

1. Argomenti d'esame

Lo scopo dell'esame di Matematica è quello di verificare il grado di conoscenza, ovvero se si è in grado di:

- utilizzare il linguaggio matematico leggendo, interpretando e risolvendo gli esercizi;
- leggere e interpretare i dati assegnati in forma analitica, tabulare, grafica o testuale, e quindi rappresentare con logica e precisione i risultati ottenuti usando le medesime forme;
- modellizzare matematicamente il problema, trovare la soluzione e verificare la correttezza del risultato;

- conoscere e utilizzare le correlazioni che intercorrono fra i vari argomenti della matematica
- utilizzare le diverse tecniche matematiche nel risolvere gli esercizi;
- utilizzare la calcolatrice tascabile.

Il livello di preparazione e quindi la competenza formativa del candidato saranno valutati riguardo i seguenti argomenti:

- Numeri e algebra,
- Funzioni,
- Equazioni e disequazioni,
- Geometria,
- Modellizzazione.



2. Finalità didattiche

Per ogni argomento d'esame sono stabiliti i fini, cioè si descrive concretamente ciò che il candidato deve sapere, capire ed essere in grado di fare per un esito positivo dell'esame.

Per una migliore comprensione, le finalità didattiche sono rappresentate in forma tabulare.

Nelle tabelle sono stati riportati in dettaglio gli argomenti che si richiederanno all'esame e le finalità didattiche relative a quel particolare argomento.

2.1. Finalità didattiche per il livello elementare d'esame

NUMERI E ALGEBRA	
Argomenti	Finalità didattiche
gli insiemi numerici N, Z, Q e R	<ul style="list-style-type: none"> distinguere gli insiemi N, Z, Q e R (conoscere i termini: numero naturale, intero, razionale, irrazionale e reale e quindi distinguere i suddetti numeri) confrontare i numeri riconoscere e saper utilizzare i simboli di intervallo: $\langle a, b \rangle$, $[a, b)$, $\langle a, b]$, $[a, b]$ scrivere gli insiemi di numeri reali mediante gli intervalli e rappresentarli sulla retta numerica
calcolo elementare	<ul style="list-style-type: none"> sommare, sottrarre, moltiplicare, dividere, estrarre le radici, seguire elevamenti a potenza, calcolare i valori assoluti arrotondare i numeri utilizzare la calcolatrice tascabile
percentuali e rapporti	<ul style="list-style-type: none"> utilizzare le percentuali utilizzare i rapporti
espressioni algebriche e frazioni algebriche	<ul style="list-style-type: none"> sommare, sottrarre e moltiplicare le espressioni algebriche elementari utilizzare le formule del quadrato del binomio e della differenza di quadrati sommare, sottrarre, moltiplicare e dividere le frazioni algebriche elementari esplicitare un'incognita rispetto alle altre in una data formula
unità di misura	<ul style="list-style-type: none"> eeguire calcoli con le unità di misura della lunghezza, dell'area, del volume, del tempo, della massa e con le unità monetarie convertire le unità di misura utilizzare le unità di misura in geometria e nei problemi

FUNZIONI	
Argomenti	Finalità didattiche
funzione lineare, di 2° grado e funzione esponenziale con base 10	<ul style="list-style-type: none"> • calcolare i valori delle funzioni • costruire la tabella dei valori della funzione • costruire il grafico della funzione • riconoscere le caratteristiche del grafico • trovare gli zeri della funzione • trovare le intersezioni del grafico con gli assi cartesiani • risalire alla funzione date alcune sue caratteristiche o suoi elementi o il grafico • per la funzione di 2° grado: <ul style="list-style-type: none"> – descrivere il ruolo del coefficiente direttivo e del discriminante – determinare il minimo/massimo della funzione e, di conseguenza, il vertice della parabola

EQUAZIONI E DISEQUAZIONI	
Argomenti	Finalità didattiche
equazioni e disequazioni lineari	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere equazioni lineari • risolvere disequazioni lineari
equazioni di 2° grado	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere equazioni di 2° grado
equazioni esponenziali elementari	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere equazioni esponenziali le cui potenze abbiano le stesse basi, come ad esempio: $10^{x+1} = \frac{1}{10}$ $3 \cdot 10^x = 300$
sistemi di equazioni lineari e/o di 2° grado elementari	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere un sistema sia algebricamente che graficamente • ricostruire le equazioni dalla loro rappresentazione grafica

GEOMETRIA

Argomenti	Finalità didattiche
geometria elementare delle figure piane	<ul style="list-style-type: none"> • determinare l'ampiezza di un angolo • differenziare i vari tipi di triangolo • utilizzare i criteri di congruenza dei triangoli • utilizzare il teorema di Pitagora sia in forma diretta che inversa • utilizzare le proprietà elementari dei parallelogramma • utilizzare le proprietà elementari della circonferenza e del cerchio • calcolare il perimetro e l'area
il prisma, la piramide, il cilindro, il cono, la sfera	<ul style="list-style-type: none"> • abbozzare il disegno dei solidi geometrici • riconoscere gli elementi di un solido: la base, il vertice, l'altezza, le facce e la superficie laterale • calcolare superficie totale e volume
coordinate cartesiane sulla retta e nel piano	<ul style="list-style-type: none"> • rappresentare i punti mediante le coordinate cartesiane • leggere le coordinate di un punto nel sistema cartesiano • determinare la distanza tra i punti
l'equazione della retta	<ul style="list-style-type: none"> • utilizzare l'equazione della retta sia in forma esplicita che in quella implicita • determinare l'equazione della retta dato un punto ed il coefficiente angolare • determinare l'equazione della retta passante per due punti dati • utilizzare le condizioni di parallelismo delle rette

MODELLIZZAZIONE

tutti gli argomenti d'esame	<ul style="list-style-type: none"> • modellizzare le varie situazioni utilizzando: <ul style="list-style-type: none"> – i numeri – l'algebra – la geometria – le funzioni – le equazioni – le disequazioni
-----------------------------	--

2.2. Finalità didattiche per il livello superiore d'esame

NUMERI E ALGEBRA	
Argomenti	Finalità didattiche
gli insiemi N, Z, Q, R e C	<ul style="list-style-type: none"> distinguere gli insiemi N, Z, Q, R e C (conoscere i termini: numero naturale, intero, razionale, irrazionale, reale e complesso e quindi distinguere i suddetti numeri) confrontare i numeri riconoscere e saper utilizzare i simboli di intervallo: $\langle a, b \rangle$, $[a, b)$, $\langle a, b]$, $[a, b]$ scrivere gli insiemi di numeri reali mediante gli intervalli e rappresentarli sulla retta numerica utilizzare sia la forma algebrica che quella trigonometrica dei numeri complessi
calcolo elementare	<ul style="list-style-type: none"> sommare, sottrarre, moltiplicare, dividere, estrarre le radici, eseguire elevamenti a potenza, calcolare i valori assoluti arrotondare i numeri utilizzare la calcolatrice tascabile
percentuali e rapporti	<ul style="list-style-type: none"> utilizzare le percentuali utilizzare i rapporti
espressioni algebriche e frazioni algebriche	<ul style="list-style-type: none"> eseguire calcoli con potenze e radicali sommare, sottrarre e moltiplicare le espressioni algebriche utilizzare le formule del quadrato e del cubo del binomio, della differenza di quadrati e della somma e della differenza di cubi sommare, sottrarre, moltiplicare e dividere le frazioni algebriche esplicitare un'incognita rispetto alle altre in una data formula applicare il teorema del binomio
unità di misura	<ul style="list-style-type: none"> eseguire calcoli con le unità di misura della lunghezza, dell'area, del volume, del tempo, della massa e con le unità monetarie convertire le unità di misura utilizzare le unità di misura in geometria e nei problemi

FUNZIONI

11

Argomenti	Finalità didattiche
il concetto di funzione, la definizione delle funzioni e le operazioni con esse	<ul style="list-style-type: none"> • utilizzare le funzioni assegnate mediante tabelle, grafici, algebricamente o testualmente • eseguire le operazioni con le funzioni (addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione e composizione)
la funzione lineare e di 2° grado, la funzione "valore assoluto", la funzione "radice quadrata", i polinomi e le funzioni razionali, la funzione esponenziale e logaritmica, le funzioni trigonometriche	<ul style="list-style-type: none"> • determinare il dominio di una funzione • determinare l'insieme immagine di una funzione • determinare i valori di una funzione • rappresentare graficamente la funzione • rappresentare la funzione mediante una tabella di valori • descrivere le caratteristiche del grafico della funzione • determinare gli zeri della funzione • determinare i punti di intersezione del grafico con gli assi cartesiani • risalire alla funzione date alcune sue caratteristiche o suoi elementi o il grafico • determinare e applicare la crescita/decrecenza di una funzione • determinare l'andamento di una funzione • riconoscere le funzioni pari e dispari • per la funzione di 2° grado: <ul style="list-style-type: none"> – descrivere il ruolo del coefficiente direttivo e del discriminante – determinare il minimo/massimo della funzione e, di conseguenza, il vertice della parabola • per i polinomi e le funzioni razionali: <ul style="list-style-type: none"> – disegnare i grafici dei polinomi (al massimo di 3° grado) – disegnare il grafico delle funzioni razionali (con numeratore e denominatore al massimo di 2° grado) • per le funzioni esponenziali e logaritmiche: <ul style="list-style-type: none"> – utilizzare le proprietà elementari dell'esponenziale e del logaritmo • per le funzioni trigonometriche: <ul style="list-style-type: none"> – definire le funzioni trigonometriche sulla circonferenza goniometrica – determinare il periodo di una funzione trigonometrica e utilizzare la periodicità delle funzioni trigonometriche – utilizzare le relazioni fondamentali: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ – applicare le formule di addizione – applicare le formule di prostaferesi e di Werner (formule di conversione della somma di funzioni trigonometriche in prodotto, e viceversa) – riconoscere e, di conseguenza, disegnare i grafici delle funzioni aventi forma: $f(x) = A \sin(Bx + C) + D \quad f(x) = A \cos(Bx + C) + D$

successioni	<ul style="list-style-type: none"> • riconoscere una data successione • riconoscere una progressione aritmetica • utilizzando definizione e proprietà di una progressione aritmetica, determinare il termine generale e la somma dei primi n termini • riconoscere una progressione geometrica • utilizzando definizione e proprietà di una progressione geometrica, determinare il termine generale, la somma dei primi n termini e la serie geometrica
derivata di una funzione	<ul style="list-style-type: none"> • derivata di una funzione costante, di una potenza e delle funzioni trigonometriche • derivata di una somma, di una differenza, di un prodotto, di un quoziente e di una funzione composta • determinare la tangente in un punto del grafico di una funzione • utilizzare la derivata di una funzione per esaminare il suo andamento

EQUAZIONI E DISEQUAZIONI	
Argomenti	Finalità didattiche
equazioni e disequazioni lineari	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere equazioni lineari • risolvere disequazioni lineari
equazioni e disequazioni di 2° grado	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere equazioni di 2° grado • risolvere disequazioni di 2° grado • utilizzare le formule di Viète
equazioni e disequazioni con valore assoluto e con $\sqrt{\quad}$	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere equazioni e disequazioni con valore assoluto, come ad esempio: $x - 3 + x = 5$ $2x + 3 \geq 5$ • risolvere equazioni e disequazioni con $\sqrt{\quad}$, come ad esempio: $\sqrt{x^2 - 4} = 1$
semplici equazioni e disequazioni intere e razionali	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere equazioni e disequazioni con la fattorizzazione • risolvere equazioni e disequazioni con il metodo della sostituzione, riducendole a problemi di 2° grado come accade, ad esempio, con le equazioni biquadratiche

<p>equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche</p>	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere equazioni e disequazioni in cui le potenze abbiano la stessa base come, ad esempio: $2^{2x+1} = \sqrt{8}$, $0.5^x > 32$ • risolvere equazioni e disequazioni in cui sia richiesto il passaggio ai logaritmi come, ad esempio, in: $4^x < 5$ • risolvere equazioni e disequazioni in cui si richiede l'utilizzo diretto della definizione del logaritmo come, ad esempio, in: $\log_7 x = 3$ • risolvere equazioni e disequazioni in cui sia richiesto l'utilizzo delle proprietà elementari di calcolo con gli esponenti e i logaritmi come, ad esempio, in: $\log_2(x+3) + \log_2(x+2) - 1 = 0$ • risolvere equazioni e disequazioni con il metodo della sostituzione, riducendole a problemi di 2° grado come accade, ad esempio, in: $9^x - 5 \cdot 3^x + 4 = 0$
<p>equazioni trigonometriche</p>	<ul style="list-style-type: none"> • determinare, in un'equazione trigonometrica, le soluzioni generiche o quelle appartenenti ad un dato intervallo, utilizzando le definizioni delle funzioni trigonometriche come, ad esempio, in: $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 0.5$ • determinare, in un'equazione trigonometrica, le soluzioni generiche o quelle appartenenti ad un dato intervallo, utilizzando le identità trigonometriche come, ad esempio, in: $2\sin 2x = \cos x$ • risolvere equazioni con il metodo della sostituzione, riducendole a problemi di 2° grado come accade, ad esempio, in: $2\text{tg}^2 x - \text{tg} x - 1 = 0$
<p>sistemi con le suddette equazioni e disequazioni</p>	<ul style="list-style-type: none"> • risolvere algebricamente e geometricamente i sistemi • ricostruire le equazioni dalla loro rappresentazione grafica

GEOMETRIA	
Geometria elementare	
Argomenti	Finalità didattiche
geometria elementare delle figure piane	<ul style="list-style-type: none"> • determinare l'ampiezza di un angolo • differenziare i vari tipi di triangolo • utilizzare i concetti di congruenza e di similitudine • utilizzare i criteri di congruenza dei triangoli • utilizzare i criteri di similitudine dei triangoli • utilizzare il rapporto di similitudine • utilizzare il teorema di Pitagora sia in forma diretta che inversa • utilizzare le nozioni elementari dei parallelogrammi, dei trapezi e dei poligoni regolari • determinare gli elementi della circonferenza e del cerchio (centro, raggio, arco di circonferenza, settore circolare, angoli al centro e alla circonferenza, corda e tangente) ed utilizzare le loro proprietà • utilizzare il teorema degli angoli al centro e alla circonferenza e il teorema dell'angolo che insiste sul diametro (teorema di Talete) • calcolare il perimetro e l'area
relazioni tra forme geometriche nello spazio	<ul style="list-style-type: none"> • riconoscere le posizioni reciproche tra due rette e tra piani nello spazio • determinare l'intersezione tra retta e piano • determinare la proiezione ortogonale di un punto e di un segmento • determinare l'angolo tra una retta e un piano e tra due piani
prisma, piramide, cilindro, cono, sfera	<ul style="list-style-type: none"> • abbozzare il disegno dei solidi geometrici e riconoscere il solido dato lo sviluppo • riconoscere gli elementi del solido – la base, il vertice, l'altezza, le facce e la superficie laterale • calcolare superficie totale e volume

TRIGONOMETRIA	
la trigonometria del triangolo rettangolo e la trigonometria di un triangolo scaleno	<ul style="list-style-type: none"> • applicare in un triangolo rettangolo le definizioni di seno, coseno e tangente • applicare il teorema dei seni e il teorema del coseno • applicare la trigonometria nella geometria del piano e nella geometria solida

GEOMETRIA ANALITICA

coordinate cartesiane sulla retta e nel piano	<ul style="list-style-type: none"> • rappresentare i punti mediante le coordinate cartesiane • determinare le coordinate di un punto nel sistema in cui esso è dato • determinare la distanza tra i punti • determinare le coordinate del punto medio di un segmento
vettori	<ul style="list-style-type: none"> • somma di vettori, prodotto con uno scalare e prodotto scalare di vettori • applicare la forma cartesiana di un vettore • determinare il modulo di un vettore • determinare l'angolo tra vettori
l'equazione della retta	<ul style="list-style-type: none"> • utilizzare l'equazione della retta sia in forma esplicita che in quella implicita • determinare l'equazione della retta dato un punto ed il coefficiente angolare • determinare l'equazione della retta passante per due punti dati • determinare l'angolo tra due rette • utilizzare le condizioni di parallelismo e di perpendicolarità delle rette • calcolare la distanza punto retta
curve di secondo grado (coniche)	<ul style="list-style-type: none"> • determinare l'equazione di una circonferenza dagli elementi dati e viceversa • determinare l'equazione di un'ellisse dagli elementi dati e viceversa • determinare l'equazione di un'iperbole dagli elementi dati e viceversa e utilizzare il concetto e l'equazione degli asintoti • determinare l'equazione di una parabola dagli elementi dati e viceversa • determinare la posizione reciproca tra le curve di secondo grado e una retta • determinare l'equazione della tangente alla conica in un punto ad essa appartenente • applicare la condizione di tangenza tra retta e circonferenza

MODELLIZZAZIONE

tutti gli argomenti d'esame	<ul style="list-style-type: none"> • modellizzare le varie situazioni utilizzando: <ul style="list-style-type: none"> – i numeri – l'algebra – la geometria – le funzioni – le equazioni – le disequazioni
-----------------------------	--

3. Struttura dell'esame

3.1. Struttura dell'esame di matematica per il livello elementare

Nella tabella 1 si riportano i pesi percentuali degli argomenti d'esame per il livello elementare.

Tabella 1. Classificazione degli argomenti d'esame per il livello elementare

ARGOMENTI D'ESAME	PESO DELLA VALUTAZIONE
Numeri e algebra	45%
Funzioni	10%
Equazioni e disequazioni	15%
Geometria	15%
Modellizzazione	15%
TOTALE	100%

Il peso percentuale di ogni singolo argomento si riferisce alla percentuale sul totale dei punti.

È possibile che il peso della valutazione, in ciascun argomento, subisca una variazione di $\pm 5\%$.

L'esame di matematica per il livello elementare contiene **28** quesiti suddivisi in due parti, a seconda del tipo di quesito.

La struttura dell'esame per il livello elementare è rappresentata nella tabella 2.

Tabella 2. Struttura dell'esame di matematica per il livello elementare

PARTE	TIPO DI QUESITO	NUMERO DI QUESITI	PUNTEGGIO
1.	esercizi a risposta multipla	16	20
2.	esercizi con risposta immediata	12	20
TOTALE		28	40

3.2. Struttura dell'esame di matematica per il livello elementare

I pesi percentuali degli argomenti d'esame per il livello superiore sono rappresentati nella tabella 3.

Tabella 3. Pes percentuali degli argomenti d'esame per il livello superiore

ARGOMENTI D'ESAME	PESO DELLA VALUTAZIONE
Numeri e algebra	20%
Funzioni	25%
Equazioni e disequazioni	20%
Geometria	25%
Modellizzazione	10%
TOTALE	100%

Il peso percentuale di ogni singolo argomento si riferisce alla percentuale sul totale dei punti. È possibile che il peso della valutazione, in ciascun argomento, subisca una variazione di $\pm 5\%$.

L'esame di matematica per il livello superiore contiene **30** quesiti suddivisi in tre parti, a seconda del tipo di quesito.

La struttura dell'esame per il livello superiore è rappresentata nella tabella 4.

Tabella 4. Struttura dell'esame di matematica per il livello superiore

PARTE	TIPO DI QUESITO	NUMERO DI QUESITI	PUNTEGGIO
1.	esercizi a risposta multipla	15	20
2.	esercizi con risposta immediata	13	26
3.	esercizi con svolgimento completo	2	14
TOTALE		30	60

4. Modalità dell'esame

4.1. Durata dell'esame

L'esame di Matematica è in forma scritta.

L'esame si svolge senza interruzioni, e la durata dell'esame, per i due livelli, è riportata nella tabella 4.

Tabella 4. Durata dell'esame di Matematica

LIVELLO ELEMENTARE	150 minuti
LIVELLO SUPERIORE	180 minuti

Le date degli esami per entrambi i livelli saranno pubblicate nella *Guida alla maturità di stato (Vodič*

kroz državnu maturu) e sulle pagine web del *Centro nazionale per la Valutazione Esterna delle Competenze Formative (Nacionalni cenar za vanjsko vrednovanje obrazovanja)*, www.ncvvo.hr.

4.2. Aspetto dell'esame e modalità di svolgimento

I candidati ricevono delle buste contenenti il questionario d'esame, le tavole con le formule, il foglio per le risposte e il foglio per la brutta copia.

Il questionario d'esame è unico, contiene tutti gli argomenti d'esame e i candidati decidono da soli l'ordine in cui risolvere gli esercizi.

Dai candidati ci si aspetta che leggano con attenzione le indicazioni che troveranno nel corso dello svolgimento dell'esame.

Per ogni tipo di quesito sono fornite indicazioni per la risoluzione. È molto importante leggere le indicazioni visto che spiegano anche come indicare le risposte esatte.

Gli esercizi a risposta multipla si risolvono indicando la lettera corrispondente alla risposta esatta. La lettera della risposta esatta si indica con il segno X. Se il candidato nei quesiti a scelta multipla indica più di una risposta, gli verranno assegnati 0 (zero) punti, anche se ha segnato la risposta esatta.

Negli esercizi con risposta immediata il candidato scrive la risposta nell'apposito spazio del questionario d'esame.

Negli esercizi con svolgimento completo, previsti solo per il livello superiore, i candidati devono riportare lo svolgimento completo, quindi scrivere la risposta e lo svolgimento negli appositi spazi del questionario d'esame.

I candidati possono usare un foglio di brutta copia per la risoluzione degli esercizi, ma devono, seguendo

le istruzioni, copiare, come richiesto, nel foglio per le risposte o nel questionario d'esame.

4.3. Occorrente

Per svolgere l'esame scritto di Matematica è permesso utilizzare il consueto materiale per scrivere e cancellare (la matita, la penna a sfera blu o nera e la gomma). È necessario anche portare l'occorrente per il disegno geometrico (squadra o riga e compasso) e anche la calcolatrice tascabile (cioè la calcolatrice scientifica) che si può utilizzare nel corso di tutto l'esame.

Le tavole con le formule sono incluse nei materiali d'esame.³ Non è permesso né portare né utilizzare altri fogli con formule.

5. Modalità di valutazione

Risolvendo esattamente tutti i quesiti del livello elementare, il candidato può ottenere un massimo di 40 punti.

Risolvendo esattamente tutti i quesiti del livello superiore, il candidato può ottenere un massimo di 60 punti.

5.1. Valutazione della prima parte dell'esame

Risolvendo esattamente la prima parte (*esercizi a risposta multipla*), il candidato realizza 20 punti, sia nel livello elementare che in quello superiore.

L'esercizio risolto correttamente porta uno o due punti, a seconda del livello di difficoltà dell'esercizio. Una risposta errata non comporta un punteggio negativo.

5.2. Valutazione della seconda parte dell'esame

Risolvendo esattamente la seconda parte (*esercizi con risposta immediata*), il candidato, nel livello elementare, può realizzare 20 punti.

Nel livello superiore, risolvendo esattamente la seconda parte (*esercizi con risposta immediata*), il candidato può realizzare 26 punti.

Ogni esercizio della seconda parte, risolto correttamente (o parte dell'esercizio, nel caso siano richieste più risposte), porta un punto. Una risposta errata non comporta un punteggio negativo.

5.3. Valutazione della terza parte dell'esame

Nella terza parte dell'esame del livello superiore (*esercizi con svolgimento completo*) si valuta l'impostazione dell'esercizio, il procedimento e la risposta in base al punteggio prestabilito.⁴

Risolvendo esattamente la terza parte, il candidato nel livello superiore può realizzare 14 punti.

Osservazioni generali sulla valutazione degli esercizi con svolgimento completo

1. Si accettano soluzioni esatte ottenute con vari procedimenti.
2. Al candidato che ha copiato male l'esercizio, risolvendolo poi in modo esatto, viene tolto un punto dal punteggio previsto (nel caso in cui l'esercizio non abbia cambiato significato o sia diventato più semplice).
3. Se il candidato sbaglia nello svolgimento (e l'esercizio non cambia significato né diventa più semplice), gli si assegnano punti per tutti i passaggi corretti.

³ v. Capitolo "Aspetto dell'esame e modalità di svolgimento"

⁴ Una valutazione d'esempio per gli esercizi con svolgimento completo si trova nel capitolo "Esercizi d'esempio con chiarimenti dettagliati"

6. Esercizi d'esempio con chiarimenti dettagliati

Questo capitolo contiene esercizi d'esempio. Ogni esercizio d'esempio è accompagnato dalla descrizione del tipo di esercizio, dalla finalità didattica che viene esaminata con l'esercizio in questione, dalla risposta esatta e dalle modalità di valutazione.

6.1. Esempio di esercizio a risposta multipla per il livello elementare

L'esercizio a risposta multipla contiene l'**indicazione** (nella quale si descrive il modo in cui viene svolto l'esercizio e che è comune a tutti gli esercizi dello stesso tipo in seguito), **la base** (la domanda) e **le quattro opzioni di risposta**, delle quali una sola è esatta.

Negli esercizi seguenti una sola delle quattro risposte è esatta. Contrassegnate le risposte esatte con una X e ricopiatele obbligatoriamente sul foglio delle risposte.

All'esame di matematica, il punteggio realizzato da Luka è di 21 punti su 35 possibili.

Esprimere in percentuale il risultato di Luka.

- A. 14%
- B. 21%
- C. 40%
- D. 60%

RISPOSTA ESATTA: D

FINALITÀ DIDATTICA: utilizzare le percentuali

VALUTAZIONE: 1 punto – risposta esatta,

0 punti – risposta sbagliata, nessuna risposta o più risposte indicate

6.2. Esempio di esercizio con risposta immediata per il livello elementare

L'esercizio con risposta immediata contiene l'**indicazione** (nella quale si descrive il modo in cui viene svolto l'esercizio e che è comune a tutti gli esercizi dello stesso tipo in seguito), **la base** (quasi sempre si tratta di una domanda) nella quale è specificato ciò che il candidato deve rispondere.

Nel questionario d'esame è previsto lo spazio per le risposte di tutti gli esercizi.

Negli esercizi seguenti scrivete la risposta nell'apposito spazio. Per i calcoli utilizzate il foglio della brutta copia. Non scrivete negli spazi predisposti per il punteggio.

Moltiplicate e riducete $(x-4)(3+x)$.

RISPOSTA ESATTA: $x^2 - x - 12$

FINALITÀ DIDATTICA: sommare, sottrarre e moltiplicare espressioni algebriche semplici

VALUTAZIONE: 1 punto – risposta esatta,

0 punti – risposta sbagliata o nessuna risposta

6.3. Esempio di esercizio a risposta multipla per il livello superiore

L'esercizio a risposta multipla contiene l'**indicazione** (nella quale si descrive il modo in cui viene svolto l'esercizio e che è comune a tutti gli esercizi dello stesso tipo in seguito), **la base** (la domanda) e **le quattro alternative di risposta**, delle quali una sola è esatta.

Negli esercizi seguenti una sola delle quattro risposte è esatta. Contrassegnate le risposte esatte con una X e ricopiatele obbligatoriamente sul foglio delle risposte.

L'equazione di secondo grado $4x^2 - 12x + 9 = 0$:

- A. ha due soluzioni reali (distinte)
- B. non ha soluzioni reali
- C. ha una soluzione reale (doppia)
- D. non si può risolvere

RISPOSTA ESATTA: C

FINALITÀ DIDATTICA: risolvere le equazioni di secondo grado

VALUTAZIONE: 1 punto – risposta esatta,

0 punti – risposta sbagliata, nessuna risposta o più risposte indicate

6.4. Esempio di esercizio con risposta immediata per il livello superiore

L'esercizio con risposta immediata contiene l'**indicazione** (nella quale si descrive il modo in cui viene svolto l'esercizio e che è comune a tutti gli esercizi dello stesso tipo in seguito) e **la base** (quasi sempre si tratta di domanda) nella quale è specificato ciò che il candidato deve rispondere.

Negli esercizi seguenti scrivete la risposta nell'apposito spazio. Per i calcoli utilizzate il foglio della brutta copia. Non scrivete negli spazi predisposti per il punteggio.

Determinare l'insieme dei numeri reali per i quali è definita la funzione .

$$f(x) = \log(3x - 1)$$

RISPOSTA ESATTA: $\left\langle \frac{1}{3}, +\infty \right\rangle$

FINALITÀ DIDATTICA: determinare il dominio della funzione

VALUTAZIONE: 1 punto – risposta esatta,

0 punti – risposta sbagliata o nessuna risposta

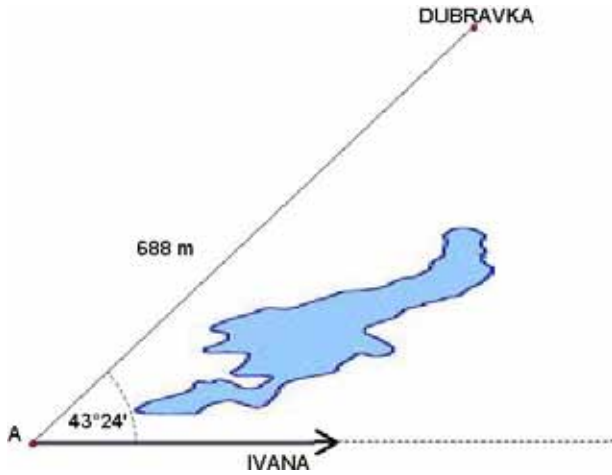
6.5. Esempio di esercizio con svolgimento completo per il livello superiore

Anche l'esercizio con svolgimento completo contiene l'**indicazione** (nella quale si descrive il modo in cui viene svolto l'esercizio e che è comune a tutti gli esercizi dello stesso tipo in seguito) e **la base** (quasi sempre si tratta di una domanda) nella quale è specificato ciò che il candidato deve rispondere. Negli esercizi con svolgimento completo il candidato deve riportare anche il procedimento.

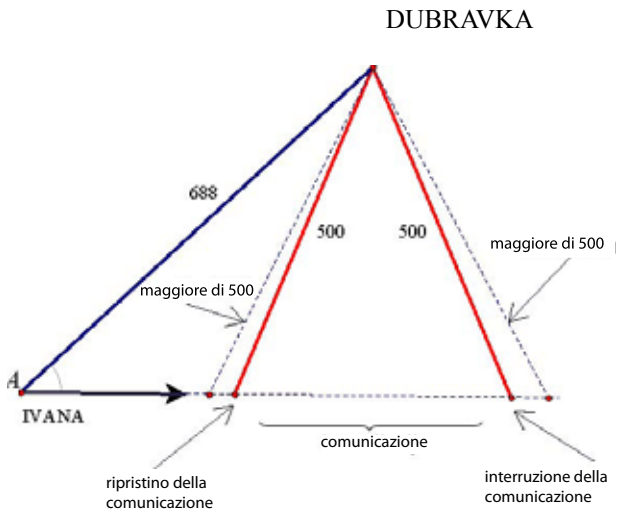
Risolvete l'esercizio seguente riportando lo svolgimento.

Riportate completamente il vostro lavoro (schizzi, svolgimento, calcolo). Se una parte dell'esercizio la risolvete a mente, spiegate e scrivete come l'avete fatto. Non scrivete negli spazi predisposti per il punteggio.

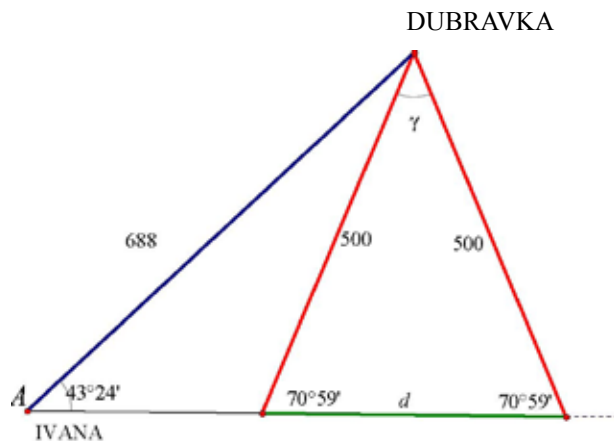
Dubravka e Ivana comunicano mediante un apparecchio elettronico avente una portata di 500 m. Dubravka non si muove mentre Ivana cammina, come rappresentato nella figura. Quanti metri può percorrere Ivana dal momento del ripristino della comunicazione alla sua interruzione?



RISPOSTA ESATTA: ≈ 326 m



PRIMO METODO



$$\frac{500}{\sin 43^\circ 24'} = \frac{688}{\sin(180^\circ - \beta)}, \quad \sin(180^\circ - \beta) = \sin \beta, \quad \sin \beta = \frac{688 \cdot \sin 43^\circ 24'}{500}$$

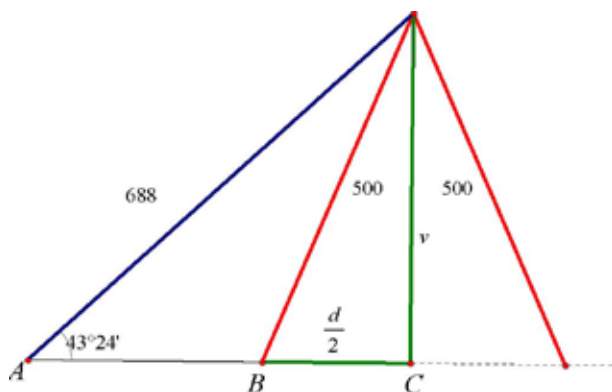
L'angolo β è acuto, quindi $\beta = 70^\circ 59'$.

$$\gamma = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ 59' = 38^\circ 2'$$

$$d^2 = 500^2 + 500^2 - 2 \cdot 500 \cdot 500 \cos 38^\circ 2' \approx 106173.7785$$

$$d \approx 326 \text{ m}$$

SECONDO METODO



Dal triangolo rettangolo ACD: $v = 688 \cdot \sin 43^\circ 24' \approx 472.7162$.

Dal triangolo rettangolo BCD: $\frac{d}{2} = \sqrt{500^2 - v^2} \approx 162.9092$.

Quindi $d \approx 326$ m.

NOTA: Si accetta qualsiasi altro procedimento/metodo corretto per risolvere l'esercizio.

FINALITÀ DIDATTICHE:

- modellazione della situazione utilizzando la geometria
- applicazione della trigonometria piana e dello spazio
- utilizzo della calcolatrice tascabile.

VALUTAZIONE: Impostazione esatta del problema 1 punto.

Utilizzo corretto della trigonometria 1 punto.

Utilizzo corretto della calcolatrice 1 punto.

Risultato finale esatto 1 punto.⁵

⁵ vedi il punto 3. delle osservazioni generali nel capitolo *Modalità di valutazione*

7. Preparazione all'esame

7.1. Consigli all'insegnante

Si consiglia agli insegnanti di studiare dettagliatamente il catalogo d'esame con l'elenco delle finalità dell'esaminazione e il modello d'esame e, durante l'insegnamento, di basarsi sugli obiettivi e finalità della materia e non solo dell'esame.

7.2. Consigli ai candidati

Tutti i libri di testo adottati e approvati dal Ministero della Scienza, dell'Istruzione e dello Sport durante lo scorso quadriennio sono adatti alla preparazione per l'esame.

L'elenco dei libri di testo approvati si può trovare sulle pagine web del Ministero della Scienza, dell'Istruzione e dello Sport – www.mzos.hr.

I candidati possono utilizzare l'elenco delle finalità didattiche⁶ per ogni argomento d'esame per verificare il livello del sapere che hanno acquisito.

Inoltre, un buon risultato all'esame dipende anche dalla conoscenza delle modalità d'esame. Quindi si consiglia ai candidati di:

- esaminare le descrizioni delle parti d'esame e degli esercizi d'esempio
- risolvere il test modello.

I candidati devono leggere con attenzione le indicazioni e il testo di ogni esercizio. Le risposte alle domande a risposta multipla devono essere copiate con attenzione nel *foglio con le risposte*. Negli esercizi con svolgimento completo bisogna scrivere per esteso il procedimento, visto che questo viene valutato.

A tutti i candidati auguriamo di acquisire la necessaria conoscenza e di superare con successo la maturità statale.

⁶ v. capitolo "Finalità didattiche"



