



**Nacionalni centar za vanjsko
vrednovanje obrazovanja**

NACIONALNI ISPITI U TREĆIM RAZREDIMA SREDNJIH ŠKOLA

Ispitni katalog iz Matematike

u školskoj godini 2007./2008.

veljača 2008.

Stručna radna skupina za izradbu ispitnih materijala iz Matematike:

doc. dr. sc. Željka Milin-Šipuš, voditeljica, Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Matematički odjel

prof. dr. sc. Zvonimir Šikić, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

Jelena Gusić, prof., XV. gimnazija, Zagreb

Jagoda Krajina, prof., Tehnička škola Ruđera Boškovića, Zagreb

Dragica Martinović, prof., Ženska opća gimnazija Družbe sestara milosrdnica s pravom javnosti, Zagreb

Josipa Pavlić, prof., Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb.

SADRŽAJ

1. OPIS ISPITA IZ MATEMATIKE	4
2. PRIBOR	4
3. OPĆI CILJEVI PREDMETA	4
4. OPĆI CILJEVI ISPITA	4
5. UDJELI ISPITNIH CJELINA	5
6. OPIS BODOVANJA I OCJENJIVANJE	5
7. UDIO SADRŽAJA U STRUKTURI ISPITA ZA VIŠU RAZINU	6
8. OGLEDNI PRIMJERAK TESTA ZA VIŠU RAZINU	7
9. FORMULE ZA VIŠU RAZINU	17
10. RJEŠENJA I NAČIN BODOVANJA (VIŠA RAZINA)	20
11. UDIO SADRŽAJA U STRUKTURI ISPITA ZA NIŽU RAZINU	23
12. OGLEDNI PRIMJERAK TESTA ZA NIŽU RAZINU	24
13. FORMULE ZA NIŽU RAZINU	36
14. RJEŠENJA I NAČIN BODOVANJA (NIŽA RAZINA)	37

1. Opis ispita iz Matematike

Ispit iz Matematike može se polagati na dvjema razinama zahtjevnosti, na višoj i nižoj razini.

Ispit je jedinstven i njegovo planirano trajanje (bez prekida) opisano je u ovoj tablici:

Viša razina	180 minuta
Niža razina	150 minuta

Ispit sadrži zadatke zatvorenoga i zadatke otvorenoga tipa.

Zadatci zatvorenoga tipa su zadatci višestrukoga izbora. Učenik zaokružuje slovo ispred jednoga od četiriju ponuđenih odgovora.

Zadatci otvorenoga tipa su zadatci kratkih odgovora i zadatci produženih odgovora. U zadacima kratkih odgovora učenik odgovara na postavljeno pitanje, dok u zadacima produženih odgovora učenik prikazuje postupak rješavanja i odgovara na postavljeno pitanje.

2. Pribor

Za polaganje ispita iz Matematike učenici rabe uobičajeni pribor za pisanje i brisanje (olovka, kemijska olovka plave ili crne boje i gumica za brisanje). Potreban je i geometrijski pribor (trokut ili ravnalo i šestar), kao i džepno računalo (tzv. znanstveni kalkulator).

Učenici smiju rabiti i formule predviđene za ispit odabrane razine zahtjevnosti, koje će biti priložene uz ispitnu knjižicu.

3. Opći ciljevi predmeta

Opći ciljevi nastave Matematike su:

1. razvoj logičkoga mišljenja i zaključivanja, matematičke intuicije i kreativnosti
2. razvoj vještina i sposobnosti postavljanja, formuliranja i rješavanja problema uz pomoć matematike te interpretiranja, uspoređivanja i vrjednovanja rješenja
3. razvoj vještina i sposobnosti uporabe jednostavnih matematičkih modela te kritičkog pristupa pretpostavkama, ograničenjima i primjeni tih modela
4. razvoj vještina racionalne i učinkovite uporabe tehnologije
5. stjecanje navika i umijeća, kao što su sistematičnost, ustrajnost, preciznost i postupak.

4. Opći ciljevi ispita

Ovim se nacionalnim ispitom ispituju razine znanja i dostignutih kompetencija učenika na kraju trećega razreda srednjoškolskoga obrazovanja.

Pri tome ispit provjerava koliko učenici znaju:

- rabiti matematički jezik pri čitanju, interpretiranju i rješavanju zadataka
- očitavati i interpretirati podatke zadane u analitičkome, tabličnome i grafičkome obliku ili riječima te u navedenim oblicima jasno i logično prikazivati dobivene rezultate

- matematički modelirati problemsku situaciju, naći rješenje te provjeriti ispravnost dobivenoga rezultata
- prepoznati i rabiti vezu između različitih područja matematike
- rabiti različite matematičke tehnike pri rješavanju zadataka
- rabiti džepno računalo.

5. Udjeli ispitnih cjelina

Udio ispitnih cjelina u ispitu iz Matematike za **višu razinu** prikazan je u tablici:

Ispitna cjelina	Postotni udio %
Brojevi i algebra	20
Funkcije	25
Jednadžbe i nejednadžbe	20
Geometrija	25
Modeliranje	10
Ukupno	100

Udio ispitnih cjelina u ispitu iz Matematike za **nižu razinu** prikazan je u tablici:

Ispitna cjelina	Postotni udio %
Brojevi i algebra	45
Funkcije	10
Jednadžbe i nejednadžbe	15
Geometrija	15
Modeliranje	15
Ukupno	100

Postotni udio pojedine ispitne cjeline odnosi se na postotak ukupnoga broja bodova. Moguće odstupanje udjela pojedine cjeline iznosi $\pm 10\%$.

6. Opis bodovanja i ocjenjivanje

U zadacima višestrukoga izbora, svaki ispravno riješen zadatak donosi jedan bod. Neispravni odgovori ne donose negativne bodove.

U zadacima kratkih odgovora, svaki ispravno riješen zadatak donosi jedan bod. Ako zadatak traži više kratkih odgovora, svaki donosi jedan bod.

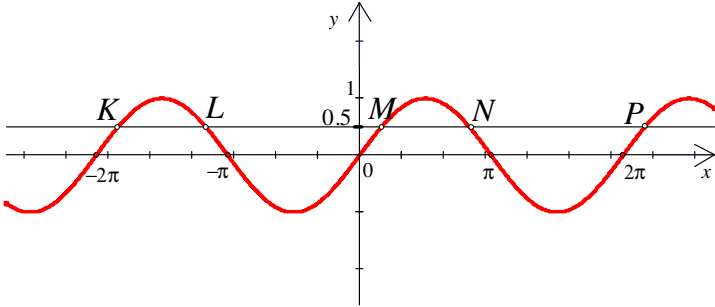
U zadacima produženih odgovora boduje se postavljanje zadatka, postupak i odgovor prema razrađenoj bodovnoj shemi.

7. Udio sadržaja u strukturi ispita za VIŠU razinu

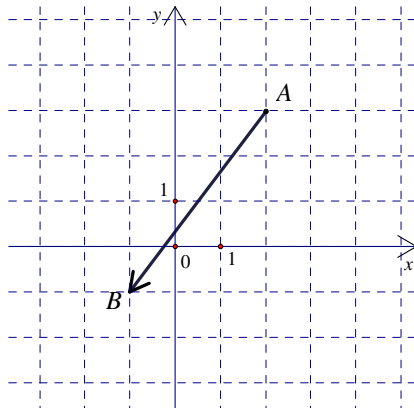
Brojevi i algebra 20%	Funkcije 25%	Jednadžbe i nejednadžbe 20%	Geometrija 25%	Modeliranje 10%
<ul style="list-style-type: none"> • razlikovati skupove N, Z, Q, R, C • elementarno računati (+, -, ·, :, korjenovati, potencirati, određivati apsolutne vrijednosti, zaokruživati) • rabiti postotke i omjere • provoditi operacije s potencijama i korijenima • znati računati s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima • rabiti džepno računalo • računati s jedinicama za duljinu, površinu, obujam, vrijeme, masu i novac 	<ul style="list-style-type: none"> • poznavati pojam funkcije, način njezinoga zadavanja i operacije s njima (+, -, ·, :) • znati svojstva rasta/pada, parnosti/neparnosti i periodičnosti funkcije • poznavati linearnu funkciju i njezin graf • poznavati kvadratnu funkciju i njezin graf • poznavati funkciju apsolutne vrijednosti i njen graf • poznavati eksponencijalnu i logaritamsku funkciju i njihove grafove • poznavati trigonometrijske funkcije i njihove grafove 	<ul style="list-style-type: none"> • rješavati linearne jednadžbe i nejednadžbe • rješavati kvadratne jednadžbe i nejednadžbe • rješavati jednadžbe i nejednadžbe s apsolutnim vrijednostima i s $\sqrt{\quad}$ • rješavati jednostavnije polinomske i racionalne jednadžbe i nejednadžbe • rješavati eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe • rješavati trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe • rješavati sustave gore navedenih jednadžbi i nejednadžbi 	<p>Elementarna geometrija</p> <ul style="list-style-type: none"> • znati elementarnu geometriju likova u ravnini • poznavati prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu <p>Trigonometrija</p> <ul style="list-style-type: none"> • poznavati i koristiti trigonometriju pravokutnoga trokuta • poznavati i koristiti poučak o sinusima i kosinusima • znati primjenjivati trigonometriju u planimetriji i stereometriji <p>Analitička geometrija</p> <ul style="list-style-type: none"> • rabiti koordinatni sustav na pravcu i u ravnini • poznavati pojam vektora i provoditi operacije s vektorima • poznavati jednadžbu pravca • poznavati pojam i elemente krivulja drugoga reda, njihove jednadžbe i skice 	<p>rješavati zadatke rabeći</p> <ul style="list-style-type: none"> • brojeve • algebru • geometriju • funkcije • jednadžbe • nejednadžbe • grafički prikaz

8. Ogledni primjerak testa za višu razinu**U zadatcima od 1. do 11. zaokružite jedan od ponuđenih odgovora.**

1. Za kvadratnu jednadžbu $\frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4 = 0$ vrijedi tvrdnja:	A. jednadžba ima dva (različita) realna rješenja B. jednadžba nema realnih rješenja C. jednadžba ima samo jedno (dvostruko) rješenje D. jednadžba se ne može riješiti
2. $\frac{a^{-3} + a^{-2}}{a^{-2} - 1} : \frac{1}{a^2} =$	A. $\frac{a}{1-a}$ B. $\frac{a}{a-1}$ C. $\frac{a-1}{a}$ D. $\frac{1-a}{a}$
3. U jednoj tableti je $5.2 \cdot 10^7$ dobrih bakterija. Dijete od 10 godina smije popiti najviše dvije takve tablete tri puta na dan. Koliko najviše tih dobrih bakterija dijete smije unijeti u organizam u jednome danu?	A. $5.2 \cdot 10^8$ B. $1.04 \cdot 10^8$ C. $1.56 \cdot 10^8$ D. $3.12 \cdot 10^8$

<p>4. Iracionalno rješenje jednadžbe $7 \cdot 2^x - 4^x = 12$ jednako je:</p>	<p>A. $\log_2 3$ B. $\log_3 2$ C. $\log_3 4$ D. $\log_4 3$</p>
<p>5. Omjer ugljikohidrata i bjelančevina u sendvičima u školskoj kantini je 20:3. Ako sendvič ima 87.6 g ugljikohidrata, koliko ima bjelančevina?</p>	<p>A. 9.733 g B. 13.14 g C. 29.2 g D. 58.4 g</p>
<p>6. Ako je $\log_a x = s$ i $\log_a y^2 = t$, onda je $\log_a \frac{\sqrt{x}}{y} =$</p>	<p>A. $\frac{s-t}{2}$ B. $\frac{s}{t}$ C. $s - \frac{t}{2}$ D. $\sqrt{s} - \frac{t}{2}$</p>
<p>7. Apscise istaknutih točaka K, L, M, N, P na slici rješenja su jednadžbe:</p> 	<p>A. $2 \sin x - 1 = 0$ B. $2 \sin x + 1 = 0$ C. $2 \cos x - 1 = 0$ D. $2 \cos x + 1 = 0$</p>

8. Vektor \vec{AB} jednak je:



- A. $\vec{AB} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$
B. $\vec{AB} = -4\vec{i} - 3\vec{j}$
C. $\vec{AB} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$
D. $\vec{AB} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$

9. Koji od navedenih brojeva **nije** jednak $\frac{1}{3}$?

- A. $(\sqrt{3})^{-2}$
B. $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}$
C. $\frac{1}{\sqrt[3]{27}}$
D. 3^{-1}

10. Duljine osnovica jednakokračnoga trapeza su 20 cm i 6 cm, a površina mu je 31.2 cm^2 . Duljina kraka trapeza je:

- A. 14 cm
B. 13 cm
C. 7.4 cm
D. 3.6 cm

11. Plin je poskupio 15%. Koliko treba pojeftiniti da bi mu krajnja cijena bila 5.5% veća od cijene prije poskupljenja?

- A. 7.80%
- B. 8.26%
- C. 8.96%
- D. 9.50%

Odgovorite na zadatke od 12. do 22.

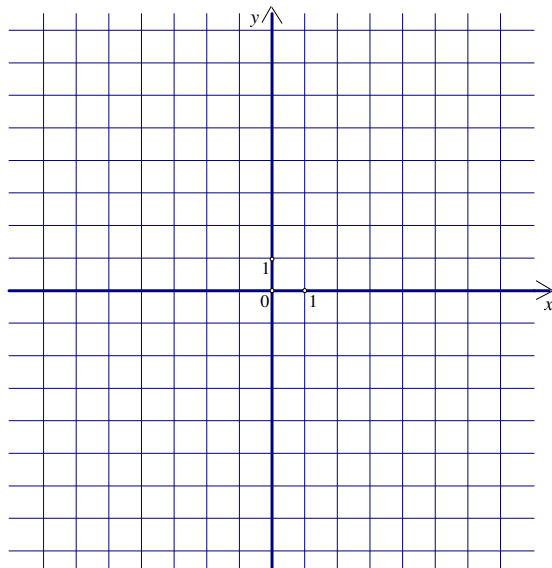
12. Za koji realan broj a sustav $\begin{cases} 4x+3y=3 \\ 3x+ay=5 \end{cases}$ **nema** rješenje?

1 bod

Odgovor: _____.

13. Skicirajte skup točaka ravnine zadan jednačbom $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 9 = 0$.

1 bod



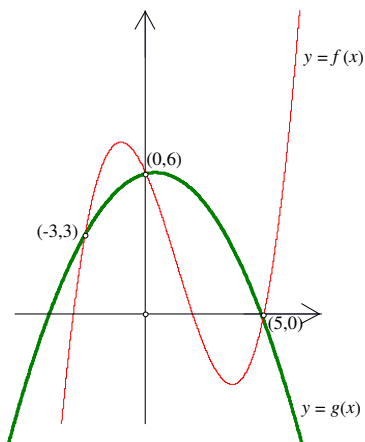
14. Svjetski rekord u trčanju na 100 m je 9.73 s. Koliko je to km/h?

1 bod

Odgovor: _____ km/h.

15. Grafovi funkcija f i g prikazani su na slici.

1 bod



Rješenje nejednadžbe $f(x) \geq g(x)$ je interval _____.

16. Broj $(-1+2i)^3$ zapišite u obliku $a+bi$.

1 bod

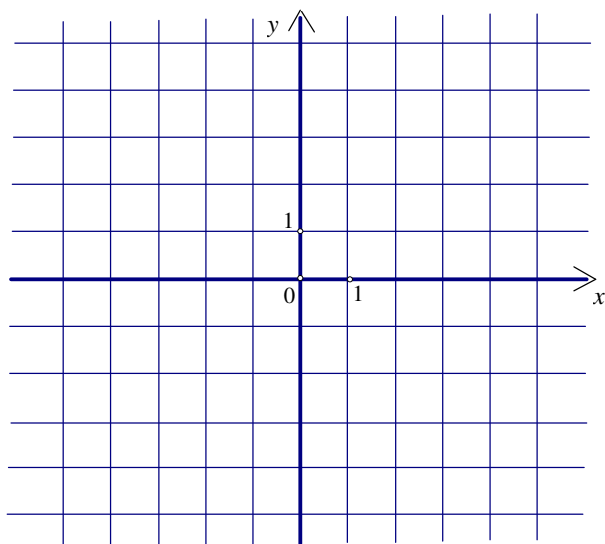
Odgovor: _____.

<p>17. Odredite skup svih realnih brojeva za koje je definirana funkcija $f(x) = \log(3x-1)$.</p> <p style="text-align: center;"><i>Odgovor:</i> _____.</p>	1 bod
<p>18. Odredite mjeru kuta koji s pozitivnom zrakom x osi zatvara pravac $y = 2x + 3$.</p> <p style="text-align: center;"><i>Odgovor:</i> _____° _____' _____".</p>	1 bod
<p>19. Metalnu kuglu obujma $36\pi \text{ cm}^3$ treba pretopiti u valjak. Odredite visinu valjka ako je polumjer baze valjka jednak polumjeru kugle.</p> <p style="text-align: center;"><i>Odgovor:</i> _____ cm.</p>	1 bod

20. Nacrtajte grafove funkcija.

a) $f(x) = 2^x - 4$

b) $g(x) = |2^x - 4|$



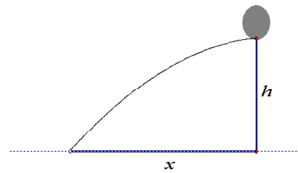
2 boda

21. Usporedno s pravcem $x - 2y + 8 = 0$ povučene su tangente na kružnicu $x^2 + (y - 1)^2 = 20$. Odredite njihove jednačbe.

2 boda

Odgovor: _____,
_____.

<p>22. Ispišite sva rješenja jednadžbe $\sin\left(\frac{x-\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ iz intervala $x \in [0, 6\pi]$.</p> <p style="text-align: right;"><i>Odgovor:</i> _____.</p>	2 boda
<p>23. Na nogometnoj utakmici vratar ispucava loptu. Putanja lopte opisana je funkcijom $h = -0.0126x^2 + 0.635x$, gdje je h visina lopte iznad zemlje, a x horizontalna udaljenost od mjesta ispucavanja. Veličine h i x izražene su u metrima.</p>	
<p>a) Na kojoj je visini lopta kad je njezina horizontalna udaljenost od mjesta ispucavanja 15 m?</p> <p style="text-align: right;"><i>Odgovor:</i> _____ m.</p>	1 bod
<p>b) Na kojoj udaljenosti od mjesta ispucavanja lopta pada na zemlju?</p> <p style="text-align: right;"><i>Odgovor:</i> _____ m.</p>	1 bod
<p>c) Koju najveću visinu lopta postiže?</p> <p style="text-align: right;"><i>Odgovor:</i> _____ m.</p>	1 bod



Riješite zadatke 24. i 25. i prikažite postupak rješavanja.

24. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

a) Odredite amplitudu i osnovni period funkcije.

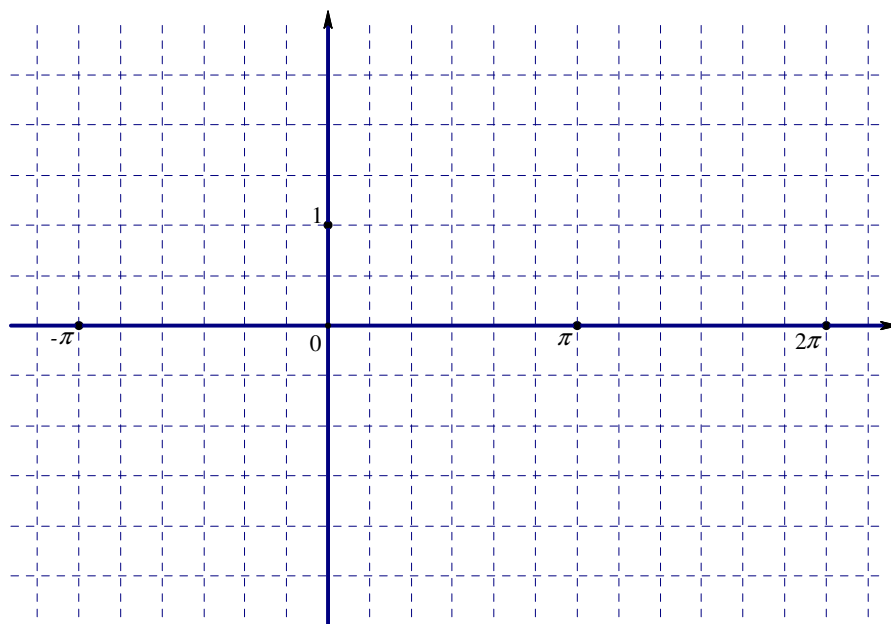
2 boda

Odgovor: Amplituda: _____.

Osnovni period: _____.

b) Skicirajte graf funkcije na intervalu $[-\pi, 2\pi]$

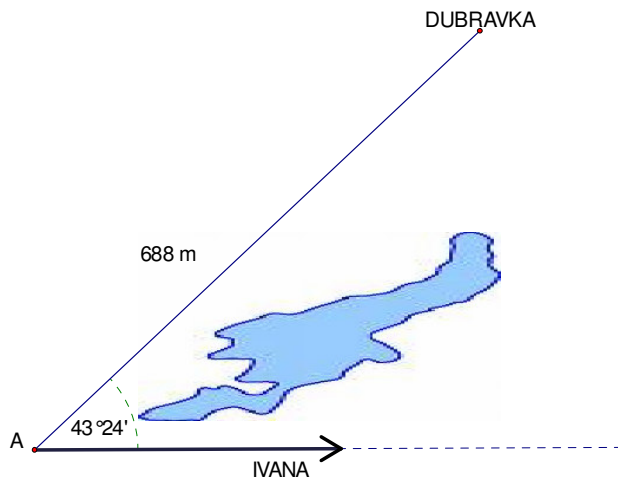
2 boda



25.

Dubravka i Ivana komuniciraju elektronskim uređajem dometa 500 m. Dubravka stoji na mjestu, a Ivana hoda kako je prikazano na slici. Koliko metara Ivana može hodati od trenutka uspostavljanja do trenutka prekida komunikacije?

4 boda



Odgovor: _____ m.

9. Formule za višu razinu

-
- Kompleksan broj: $i^2 = -1$, $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in \mathbf{R}$
 - $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, $z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$,
 - $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$, $z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$,
 - $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n} \right) \right)$, $k = 0, 1, \dots, n-1$
-
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a^m : a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$), $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ($a \neq 0$), $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
 - $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
 - $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$
 - $(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k}b^k + \dots + \binom{n}{n-1} ab^{n-1} + b^n$
-
- Kvadratna jednačina: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 - Viëteove formule: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
 - Tjeme parabole: $T \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$
-
- $b^x = a \Leftrightarrow x = \log_b a$, $\log_b b^x = x = b^{\log_b x}$
 - $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$, $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$, $\log_b x^y = y \log_b x$, $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
-
- Površina trokuta: $P = \frac{a \cdot v_a}{2}$, $P = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
 - $P = \frac{abs \sin \gamma}{2}$, $P = \frac{abc}{4r_o}$, $P = r_u s$
 - Jednakostraničan trokut: visina: $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, površina: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $r_o = \frac{2}{3}v$, $r_u = \frac{1}{3}v$
 - Površina paralelograma: $P = a \cdot v$
 - Površina trapeza: $P = \frac{a+c}{2}v$
 - Površina kruga: $P = r^2\pi$
 - Opseg kruga: $O = 2r\pi$
 - Površina kružnoga isječka: $P = \frac{r^2\pi\alpha}{360}$
 - Duljina kružnoga luka: $l = \frac{r\pi\alpha}{180}$
-
- Obujam prizme i valjka: $V = B \cdot h$
 - Oplošje prizme i valjka: $O = 2B + P$
 - Obujam piramide i stošca: $V = \frac{1}{3}B \cdot h$
 - Oplošje piramide: $O = B + P$
 - Oplošje stošca: $O = r^2\pi + r\pi s$
 - Obujam kugle: $V = \frac{4}{3}r^3\pi$
 - Oplošje kugle: $O = 4r^2\pi$
-

- U pravokutnome trokutu:
 $\sin \alpha = \frac{\text{nasuprotna kateta}}{\text{hipotenuza}}, \quad \cos \alpha = \frac{\text{priležeća kateta}}{\text{hipotenuza}}, \quad \tan \alpha = \frac{\text{nasuprotna kateta}}{\text{priležeća kateta}}$
 - Poučak o sinusima: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$ • Poučak o kosinusima: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$
 - $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \sin 2x = 2 \sin x \cos x, \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- $$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x, \quad \cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y, \quad \tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \cdot \tan y}$$

- Udaljenost točaka T_1, T_2 : $d(T_1, T_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Polovište dužine $\overline{T_1 T_2}$: $P\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
- Površina trokuta $T_1 T_2 T_3$: $P = \frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$
- Vektor $\overrightarrow{T_1 T_2}$: $\overrightarrow{T_1 T_2} = \vec{a} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$
- Skalarni umnožak vektora: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$
- Jednadžba pravca: $y - y_1 = k(x - x_1), \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Kut između dvaju pravaca: $\tan \alpha = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$
- Udaljenost točke $T(x_1, y_1)$ i pravca $p \dots Ax + By + C = 0$: $d(T, p) = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Krivulja drugoga reda	Jednadžba	Tangenta u točki krivulje (x_1, y_1)	Uvjet dodira pravca $y = kx + l$ i krivulje
Kružnica središte $S(p, q)$	$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$	$(x_1 - p)(x - p) + (y_1 - q)(y - q) = r^2$	$r^2(1 + k^2) = (kp - q + l)^2$
Elipsa fokusi $F_{1,2}(\pm e, 0)$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad e^2 = a^2 - b^2$	$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$	$a^2 k^2 + b^2 = l^2$
Hiperbola fokusi $F_{1,2}(\pm e, 0)$	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad e^2 = a^2 + b^2, \quad y = \pm \frac{b}{a} x$	$\frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1$	$a^2 k^2 - b^2 = l^2$
Parabola fokus $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$	$y^2 = 2px$	$y_1 y = p(x + x_1)$	$p = 2kl$

- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d, \quad S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

• Geometrijski niz: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$

• Geometrijski red: $S = \frac{a_1}{q - 1}, |q| < 1$

• Derivacija umnoška: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$; Derivacija kvocijenta: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

• Tangenta na graf funkcije f u $T(x_1, y_1)$: $y - y_1 = f'(x_1) \cdot (x - x_1)$

• Derivacije:

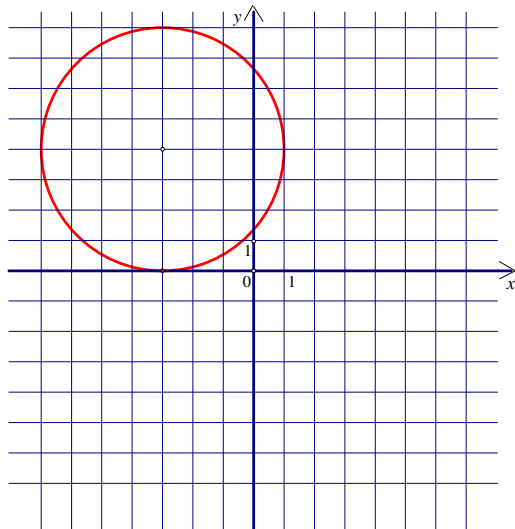
$c' = 0$	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}, n \neq 0$	$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
----------	--------------------------------------	----------------------	-----------------------	---

10. Rješenja i način bodovanja (viša razina)

1. C	2. A	3. D	4. A	5. B	6. A
7. A	8. A	9. B	10. C	11. B	

12. $a = \frac{9}{4}$

13.



14. $\approx 37 \text{ km/h}$

15. $[-3, 0] \cup [5, +\infty)$

16. $11 - 2i$

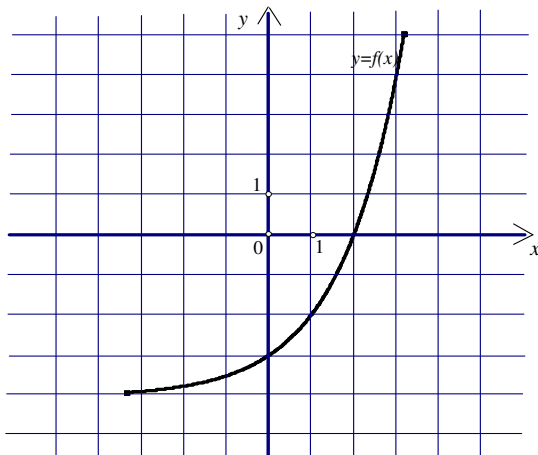
17. $\left\langle \frac{1}{3}, +\infty \right\rangle$

18. $63^\circ 26' 6''$

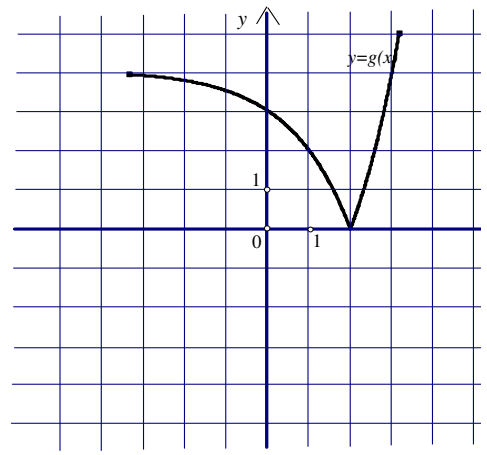
19. 4 cm

20.

a)



b)



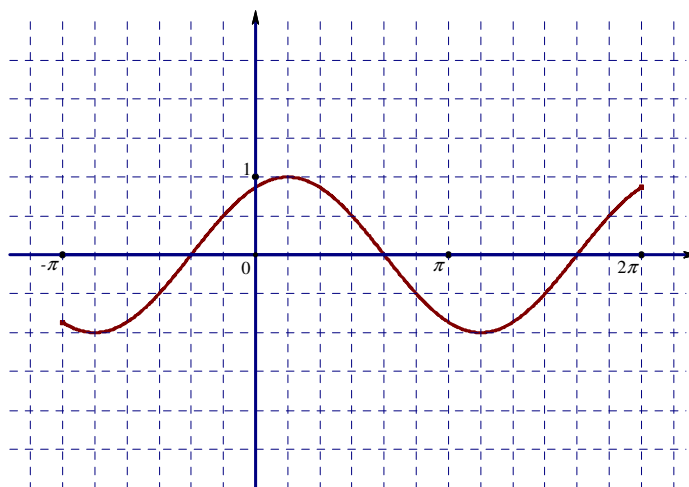
21. $y = \frac{1}{2}x - 4$, $y = \frac{1}{2}x + 6$

22. $\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}$

23. a) 6.69 m , b) $\approx 50.4 \text{ m}$, c) $\approx 8 \text{ m}$

24. a) amplituda 1 , osnovni period 2π

b)



25. $\approx 325.82 \text{ m}$

Bodovna shema za zadatke produženih odgovora

Opće napomene:

1. Priznaju se točna rješenja dobivena na različite načine.
2. Prihvaća se mogućnost pogrešno prepisanoga zadatka:

PP = „Pogrješno prepisan zadatak“

- dopušta se, osim u slučaju kada je zadatak bitno promijenio smisao ili je pojednostavljen
- rezultira oduzimanjem 1 boda od ukupnoga broja predviđenih bodova za zadatak (samo jednom, na kraju zadatka).

3. U zadatcima produženih odgovora prihvaća se i mogućnost pogreške:

SG = „Slijedi pogrešku“

- rabi se u slučaju da je načinjen lapsus ili tehnička pogreška (a ne fatalna pogreška), a da pritom zadatak nije bitno promijenio smisao i nije pojednostavljen, a u postupku rješavanja pokazano je što se zadatkom ispituje
- rezultira oduzimanjem 1 boda od ukupnoga broja predviđenih bodova za zadatak (za istu pogrešku samo jednom).

Zadatci:

20. zadatak: a) Točno nacrtan graf – 1 bod
b) Točno nacrtan graf – 1 bod
21. zadatak: Jedna točna jednadžba – 1 bod
Druga točna jednadžba – 1 bod
22. zadatak: Sva tri rješenja točna – 2 bod
Točno opće rješenje – 1 bod
Jedno ili dva točna rješenja – 1 bod
24. zadatak: a) Točna amplituda – 1 bod
Točan osnovni period – 1 bod
- b) Točno nacrtan graf – 2 boda
Nepreciznost pri crtanju grafa – 1 bod
(Postoji mogućnost „Slijedi pogrešku“ iz 24.a zadatka)
25. zadatak: Točno postavljanje problema (modeliranje) – 1 bod
Točna uporaba trigonometrije – 1 bod
Točna uporaba džepnoga računala – 1 bod
Točan krajnji rezultat – 1 bod
(Postoji mogućnost „Slijedi pogrešku“)

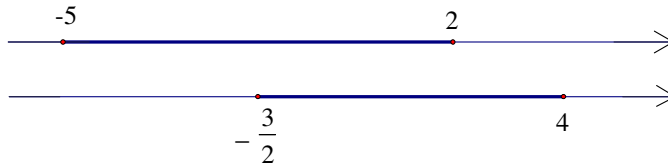
11. Udio sadržaja u strukturi ispita za nižu razinu

Brojevi i algebra 45%	Funkcije 10%	Jednadžbe i nejednadžbe 15%	Geometrija 15%	Modeliranje 15%
<ul style="list-style-type: none"> • razlikovati skupove N, Z, Q, R • elementarno računati (+, -, ·, :, korjenovati, potencirati, određivati apsolutne vrijednosti, zaokruživati) • rabiti postotke i omjere • znati računati s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima • rabiti džepno računalo • računati s jedinicama za duljinu, površinu, obujam, vrijeme, masu i novac 	<ul style="list-style-type: none"> • poznavati pojam funkcije i način njezinog zadavanja • poznavati linearnu funkciju i njezin graf • poznavati kvadratnu funkciju i njezin graf • poznavati eksponencijalnu funkciju i njezin graf 	<ul style="list-style-type: none"> • rješavati linearne jednadžbe i nejednadžbe • rješavati kvadratne jednadžbe • rješavati jednostavnije eksponencijalne jednadžbe • rješavati jednostavnije sustave gore navedenih jednadžbi 	<ul style="list-style-type: none"> • znati elementarnu geometriju likova u ravnini • poznavati prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu • rabiti koordinatni sustav na pravcu i u ravnini • poznavati jednadžbu pravca 	rješavati zadatke rabeći <ul style="list-style-type: none"> • brojeve • algebru • geometriju • funkcije • jednadžbe • nejednadžbe • grafički prikaz

12. Ogladni primjerak testa za nižu razinu

U zadacima od 1. do 11. zaokružite jedan od ponuđenih odgovora.

1. Zajednički dio **zatvorenih** intervala prikazanih na slici sadrži:



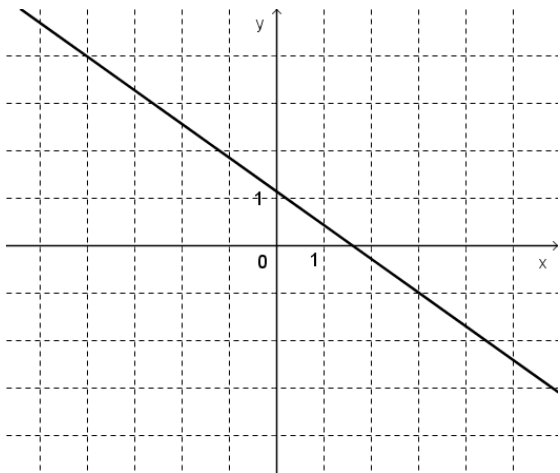
- A. 5 cijelih brojeva
B. 4 cijela broja
C. 3 cijela broja
D. 2 cijela broja

2. Marko je pročitao $\frac{2}{3}$, Ana $\frac{7}{11}$, Pero $\frac{5}{6}$ i Višnja $\frac{1}{2}$ iste knjige. Tko je pročitao najviše?

- A. Marko
B. Ana
C. Pero
D. Višnja

3. Luka je dobio 21 bod od mogućih 35 na ispitu iz Matematike. Koliki je postotak ispita riješio?

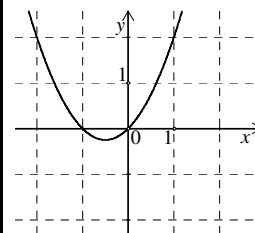
- A. 14%
B. 21%
C. 40%
D. 60%

<p>4. Ako je $x - y - 3 = 0$, tada je y jednako:</p>	<p>A. $y = -x - 3$</p> <p>B. $y = -x + 3$</p> <p>C. $y = x - 3$</p> <p>D. $y = x + 3$</p>
<p>5. Skupu svih rješenja nejednadžbe $3 - 2x < 0$ pripada broj:</p>	<p>A. 2</p> <p>B. 1</p> <p>C. -1</p> <p>D. -2</p>
<p>6. Pravcu na slici pripada točka:</p> 	<p>A. $(-1, 3)$</p> <p>B. $(3, -1)$</p> <p>C. $(4, 3)$</p> <p>D. $(4, -4)$</p>
<p>7. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} =$</p>	<p>A. $\frac{a-b}{ab}$</p> <p>B. $\frac{b-a}{ab}$</p> <p>C. $\frac{1}{a-b}$</p> <p>D. $b-a$</p>

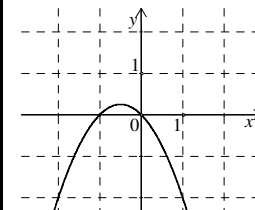
<p>8. 12.3 sati je:</p>	<p>A. 12 sati i 3 minute B. 12 sati i 18 minuta C. 12 sati i 20 minuta D. 12 sati i 30 minuta</p>
<p>9. U jednoj tableti je $5.2 \cdot 10^7$ dobrih bakterija. Dijete od 10 godina smije popiti najviše dvije takve tablete tri puta na dan. Koliko najviše tih dobrih bakterija dijete smije unijeti u organizam u jednomE danu?</p>	<p>A. $5.2 \cdot 10^8$ B. $1.04 \cdot 10^8$ C. $1.56 \cdot 10^8$ D. $3.12 \cdot 10^8$</p>

10. Na kojoj je slici prikazan graf funkcije $f(x) = -x^2 - x$?

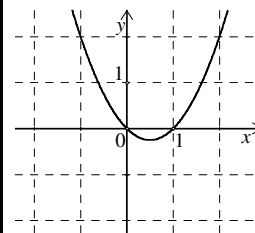
A.



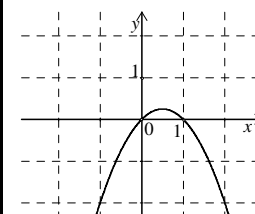
B.



C.



D.



11. Duljine stranica pravokutnoga trokuta su 3 cm, 4 cm i 5 cm. Površina toga trokuta iznosi:

A. 6 cm^2

B. 10 cm^2

C. 12 cm^2

D. 30 cm^2

Odgovorite na zadatke od 12. do 22.

<p>12. Riješite jednađbu $-5 + 4(x - 2) = 19 - 4x$.</p> <p style="text-align: center;"><i>Odgovor:</i> $x =$ _____.</p>	1 bod
<p>13. 17% od 250 jednako je _____.</p>	1 bod
<p>14. Pomnožite i pojednostavnite $(x - 4)(3 + x)$.</p> <p style="text-align: center;"><i>Odgovor:</i> _____.</p>	1 bod

<p>15. Riješite sustav jednađbi $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 4x+y=5 \end{cases}$</p> <p style="text-align: center;"><i>Odgovor:</i> $x =$ _____, $y =$ _____.</p>	2 boda
<p>16. Riješite jednađbu $10x^2 - 3x - 1 = 0$.</p> <p style="text-align: center;"><i>Odgovor:</i> $x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____.</p>	2 boda

17. Cijena mandarina proporcionalna je njihovoj masi. Dopunite tablicu:

2 boda

Masa	3 kg		2.5 kg
Cijena	13.5 kn	56.25 kn	

18. Popunite:

2 boda

$$\left(3 + \boxed{} \right)^2 = \boxed{} + \boxed{} + 4x^2$$

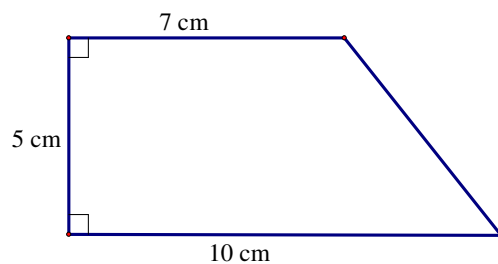
19. Odredite x iz enačbe $10^{x+1} = 0.1$.

1 bod

Odgovor: $x =$ _____.

20. Odredite obseg lika na sliki.

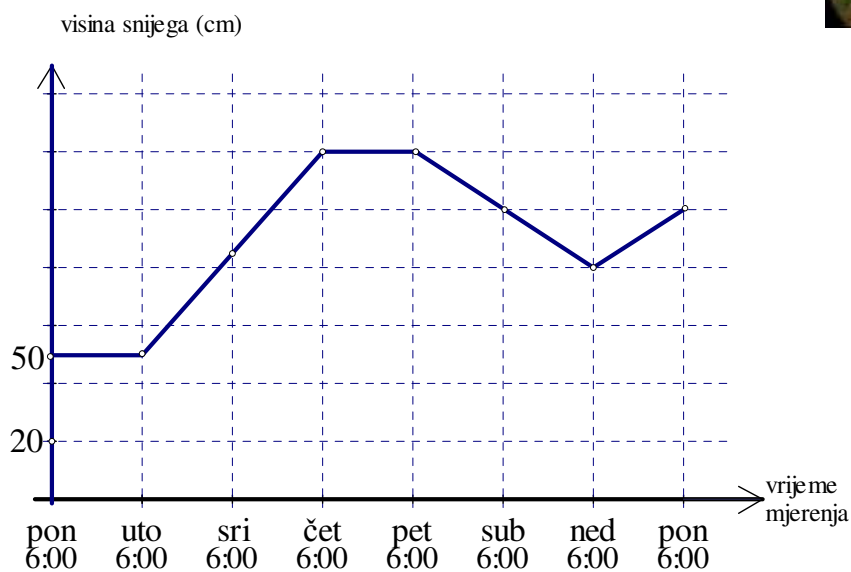
1 bod



Odgovor: _____ cm

21. SNIJEG NA ZAVIŽANU

Graf prikazuje visinu snijega izmjenenog na Zavižanu tijekom jednoga tjedna:



a) Kolika je visina snijega izmjerena u nedjelju u 6:00 sati?

1 bod

Odgovor: _____ cm.

b) Visina snijega rasla je u dva navrata. Koliko je ukupno centimetara snijega napadalo u ta dva navrata?

1 bod

Odgovor: _____ cm.

22. LEDENICA

Veza temperature T u ledenici i vremena t koliko je ledenica uključena zadana je formulom: $T(t) = -1.2t + 22$. Pri tome je temperatura izražena u $^{\circ}\text{C}$, a vrijeme u minutama.

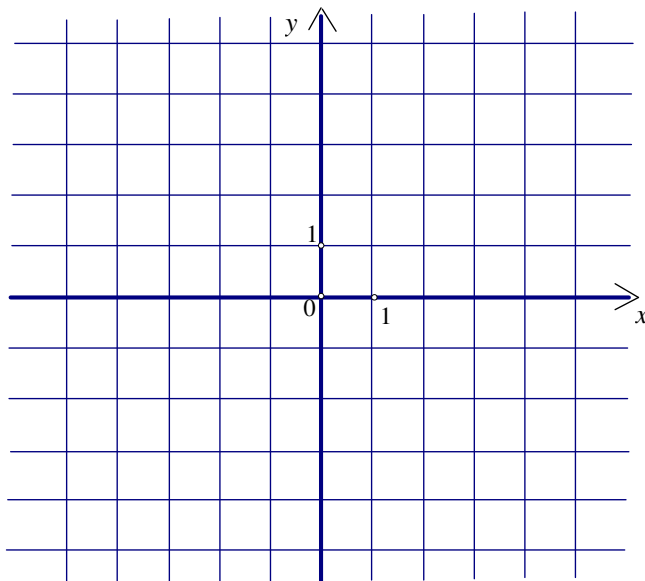
a) Kolika je temperatura u ledenici pola sata nakon uključenja? <i>Odgovor:</i> _____°C.	1 bod
b) Nakon koliko se minuta temperatura u ledenici spustila na 0 °C? <i>Odgovor:</i> _____min.	1 bod

Riješite zadatke 23. i 24. i prikažite postupak rješavanja.

23. Zadane su funkcije $f(x) = x^2 - 2x - 3$ i $g(x) = -x - 1$.

3 boda

Prikažite njihove grafove u istome koordinatnome sustavu.



24. ZDRAVA PREHRANA

Dnevna potreba odrasle osebe iznosi 250 g ogljikohidrata i 45 g bjelančevina. Kilogram hrane A ima 10 g ogljikohidrata i 160 g bjelančevina, dok kilogram hrane B ima 220 g ogljikohidrata i 20 g bjelančevina. Koliko najmanje kilograma i hrane A i hrane B treba konzumirati da se zadovolje dnevne potrebe za ugljikohidratima i bjelančevinama?

3 boda

Odgovor: Hrane A _____ kg.
 Hrane B _____ kg.

13. Formule za nižu razinu

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a \neq 0$
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

- Rješenja kvadratne jednačbe $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Tjeme parabole: $T\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$

- Površina trokuta: $P = \frac{a \cdot v_a}{2}$
- Površina paralelograma: $P = a \cdot v$
- Površina kruga: $P = r^2 \pi$
- Opseg kruga: $O = 2r\pi$

B = površina baze, P = površina pobočja, h = duljina visine

- Obujam prizme i valjka: $V = B \cdot h$
- Obujam piramide i stošca: $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- Obujam kugle: $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$
- Oplošje prizme: $O = 2B + P$
- Oplošje piramide: $O = B + P$

- Udaljenost točaka T_1, T_2 : $d(T_1, T_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Jednačba pravca: $y - y_1 = k(x - x_1), k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Uvjet usporednosti pravaca: $k_1 = k_2$

14. Rješenja i način bodovanja (niža razina)

1. B	2. C	3. D	4. C	5. A	6. B
7. B	8. B	9. D	10. B	11. A	

12. $x = 4$

13. 42.5

14. $x^2 - x - 12$

15. $x = \frac{6}{5}, y = \frac{1}{5}$

16. $x_1 = -\frac{1}{5}, x_2 = \frac{1}{2}$

17.

Masa	3 kg	12.5 kg	2.5 kg
Cijena	13.5 kn	56.25 kn	11.25 kn

18. $(3 + 2x)^2 = 9 + 12x + 4x^2$

ili $(3 - 2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$

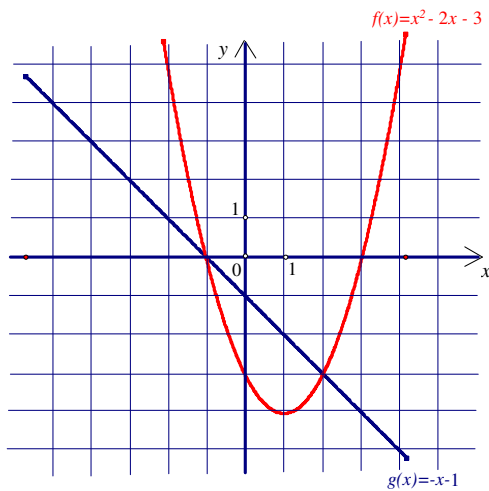
19. $x = -2$

20. Opseg je $22 + \sqrt{34} \approx 27.83$ cm.

21. a) 80 cm b) 90 cm

22. a) -14°C b) 18.3 min (=18 min 20 s)

23.



24. Hrane A 0.14 kg, hrane B 1.13 kg.

Bodovna shema za zadatke produženih odgovora

Opće napomene:

1. Priznaju se točna rješenja dobivena na različite načine.
2. Prihvaća se mogućnost pogrešno prepisanoga zadatka:

PP = „Pogrešno prepisan zadatak“

- dopušta se, osim u slučaju kada je zadatak bitno promijenio smisao ili je pojednostavljen
- rezultira oduzimanjem 1 boda od ukupnoga broja predviđenih bodova za zadatak (samo jednom, na kraju zadatka).

3. U zadatcima produženih odgovora prihvaća se i mogućnost pogreške:

SG = „Slijedi pogrešku“

- rabi se u slučaju da je načinjen lapsus ili tehnička pogreška (a ne fatalna pogreška), a da pritom zadatak nije bitno promijenio smisao i nije pojednostavljen, a u postupku rješavanja pokazano je što se zadatkom ispituje
- rezultira oduzimanjem 1 boda od ukupnoga broja predviđenih bodova za zadatak (za istu pogrešku samo jednom).

Zadaci:

15. zadatak: Točno izračunata nepoznanica x – 1 bod
Točno izračunata nepoznanica y – 1 bod
16. zadatak: Točno izračunato jedno rješenje – 1 bod
Točno izračunato drugo rješenje – 1 bod
17. zadatak: Točna masa mandarina – 1 bod
Točna cijena mandarina – 1 bod
18. zadatak: Točno popunjene 3 kućice – 2 boda
Točno popunjene 2 kućice – 1 bod
23. zadatak: Točan graf linearne funkcije g – 1 bod
Točan graf kvadratne funkcije f (točan oblik i točne nultočke) – 2 boda
Nepreciznost pri crtanju grafa kvadratne funkcije f – 1 bod
(Postoji mogućnost „Slijedi pogrešku“.)
24. zadatak: Točno postavljanje problema (modeliranje) – 1 bod
Točan broj kilograma hrane A – 1 bod
Točan broj kilograma hrane B – 1 bod
(Postoji mogućnost „Slijedi pogrešku“.)